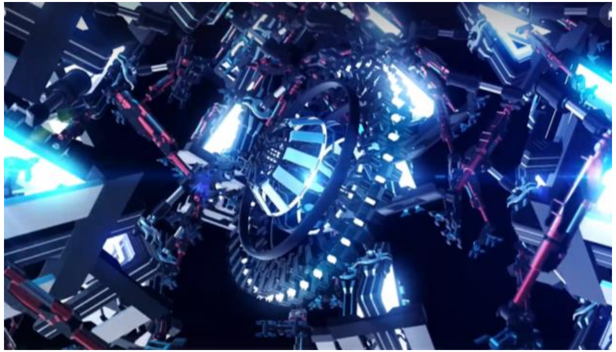
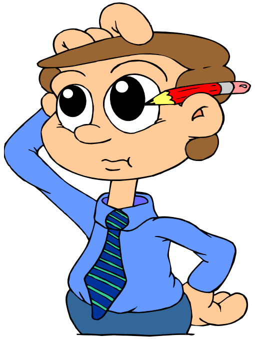
Rayen Academy

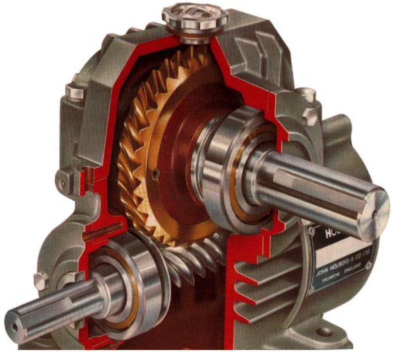
Vivez La Reussite

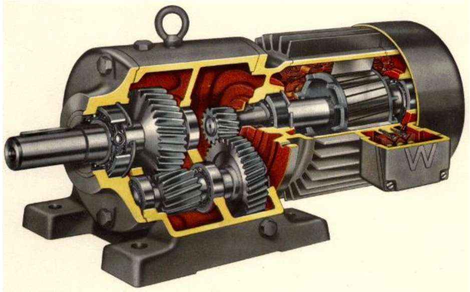
Méthodologie de la Conception
2-Rappel Torseurs

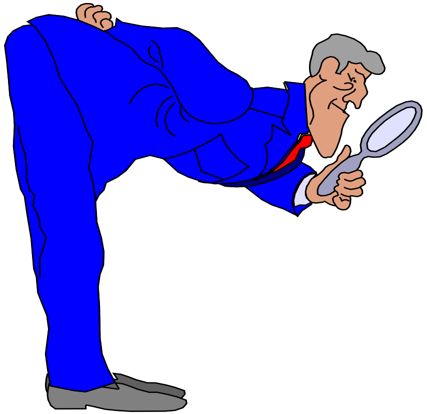
Instructeur: SAMI BELLALAH





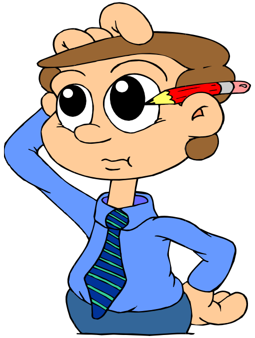




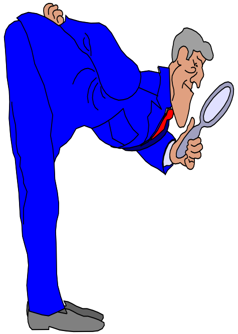


MODELISATION

1. Torseur Statique
2. Torseur Cinématique
3. Transmission



1. Torseur Statique



Définition

Connaître une action mécanique, c'est connaître les deux vecteurs $\overrightarrow{R_{1\to2}}$ et $\overrightarrow{M_{O,1\to2}}$

Composantes de la résultante

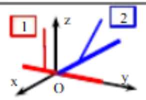
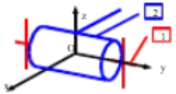
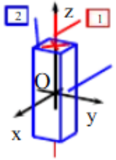
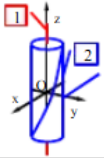
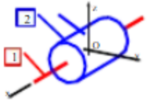
Composantes du moment Résultant en O

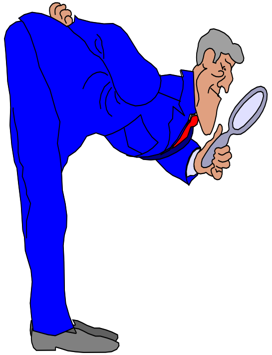
$$\{\tau_{1\to2}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{1\to2}}\\ \overrightarrow{M_{O,1\to2}}\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = {}_{O}\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12}\\ Y_{12} & M_{12}\\ Z_{12} & N_{12}\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \begin{matrix}\text{Suivant } \vec{x}\\ \text{Suivant } \vec{y}\\ \text{Suivant } \vec{z}\end{matrix}$$

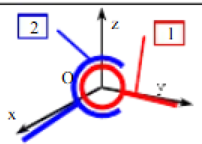
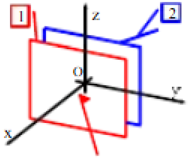
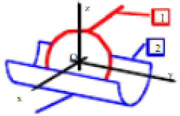
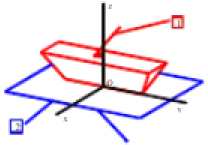
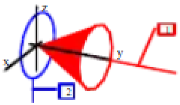
Point de réduction

Base de projection des vecteurs

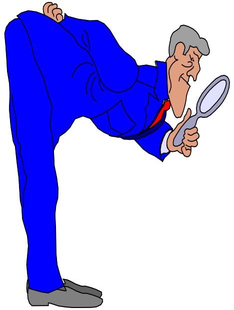
Le tableau ci-dessous respecte les notations usuelles et à utiliser par défaut si aucune notation n'est imposée par le sujet.

Nom complet de la liaison.	Schéma cinématique spatial.	Torseur des actions transmissibles par la liaison parfaite et sans frottement.	Lieu de l'espace, ou la forme canonique est conservée.
Liaison encastrement de centre O.		$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{O_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M^O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re} = {}_O\left\{\begin{matrix}X_{O_{2\to1}} & L_{O_{2\to1}}\\ Y_{O_{2\to1}} & M_{O_{2\to1}}\\ Z_{O_{2\to1}} & N_{O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re}$	$\overrightarrow{M^A_{2\to1}} = \overrightarrow{M^O_{2\to1}} + \overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{O_{2\to1}}$ *Les trois composantes du moment en O sont non nulles. La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison pivot de centre O d'axe y.		$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{O_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M^O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re} = {}_O\left\{\begin{matrix}X_{O_{2\to1}} & L_{O_{2\to1}}\\ Y_{O_{2\to1}} & 0\\ Z_{O_{2\to1}} & N_{O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re}$	$M_{A_{2\to1}} = z_A \bullet X_{O_{2\to1}} - x_A \bullet Z_{O_{2\to1}} = 0$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'axe de la liaison.*
Liaison glissière de centre O d'axe z.		$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{O_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M^O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re} = {}_O\left\{\begin{matrix}X_{O_{2\to1}} & L_{O_{2\to1}}\\ Y_{O_{2\to1}} & M_{O_{2\to1}}\\ 0 & N_{O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re}$	$\overrightarrow{M^A_{2\to1}} = \overrightarrow{M^O_{2\to1}} + \overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{O_{2\to1}}$ *Les trois composantes du moment en O sont non nulles. La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison hélicoïdale de centre O d'axe z (pas à droite)		$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{O_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M^O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re} = {}_O\left\{\begin{matrix}X_{O_{2\to1}} & L_{O_{2\to1}}\\ Y_{O_{2\to1}} & M_{O_{2\to1}}\\ Z_{O_{2\to1}} & N_{O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re}$	
Liaison pivot glissant de centre O d'axe x.		$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{O_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M^O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re} = {}_O\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ Y_{O_{2\to1}} & M_{O_{2\to1}}\\ Z_{O_{2\to1}} & N_{O_{2\to1}}\end{matrix}\right\}_{\Re}$	$L_{A_{2\to1}} = y_A \bullet Z_{O_{2\to1}} - z_A \bullet Y_{O_{2\to1}} = 0$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'axe de la liaison.*

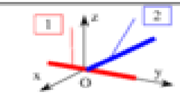
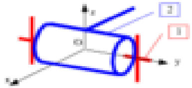
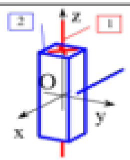
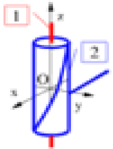
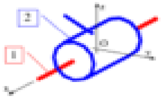


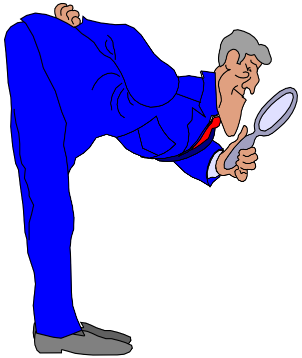
Liaison rotule de centre O.		$\{T_{2\to1}\}={}_O\begin{Bmatrix}\vec{O}_{2\to1}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\Re}={}_O\begin{Bmatrix}X_{O_{2\to1}} & 0\\ Y_{O_{2\to1}} & 0\\ Z_{O_{2\to1}} & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	*Le moment en O est nul et la résultante est non nulle.* *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison appui plan de centre O de normale x		$\{T_{2\to1}\}={}_O\begin{Bmatrix}\vec{O}_{2\to1}\\ \vec{M}^{O}_{2\to1}\end{Bmatrix}_{\Re}={}_O\begin{Bmatrix}X_{O_{2\to1}} & 0\\ 0 & M_{O_{2\to1}}\\ 0 & N_{O_{2\to1}}\end{Bmatrix}_{\Re}$ *Torseur à résultante*	$L_{A_{2\to1}}=y_A\bullet(Z_{O_{2\to1}}=0)-z_A\bullet(Y_{O_{2\to1}}=0)=0$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison linéaire annulaire de centre O d'axe y.		$\{T_{2\to1}\}={}_O\begin{Bmatrix}\vec{O}_{2\to1}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\Re}={}_O\begin{Bmatrix}X_{O_{2\to1}} & 0\\ 0 & 0\\ Z_{O_{2\to1}} & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	$L_{A_{2\to1}}=y_A\bullet Z_{O_{2\to1}}=0$ $N_{A_{2\to1}}=-y_A\bullet X_{O_{2\to1}}=0$ $M_{A_{2\to1}}=z_A\bullet X_{O_{2\to1}}-x_A\bullet Z_{O_{2\to1}}=0$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison linéaire rectiligne de centre O d'axe y de normale z.		$\{T_{2\to1}\}={}_O\begin{Bmatrix}\vec{O}_{2\to1}\\ \vec{M}^{O}_{2\to1}\end{Bmatrix}_{\Re}={}_O\begin{Bmatrix}0 & L_{O_{2\to1}}\\ 0 & 0\\ Z_{O_{2\to1}} & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$ *Torseur à résultante*	$M_{A_{2\to1}}=z_A\bullet X_{O_{2\to1}}-x_A\bullet Z_{O_{2\to1}}=0$ $N_{A_{2\to1}}=x_A\bullet Y_{O_{2\to1}}-y_A\bullet X_{O_{2\to1}}=0$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison ponctuelle de centre O de normale y.		$\{T_{2\to1}\}={}_O\begin{Bmatrix}\vec{O}_{2\to1}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\Re}={}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ Y_{O_{2\to1}} & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	$L_{A_{2\to1}}=-z_A\bullet Y_{O_{2\to1}}=0$ $N_{A_{2\to1}}=x_A\bullet Y_{O_{2\to1}}=0$ *La forme canonique du torseur est conservée pour tous les points A appartenant à la normale de la liaison.*

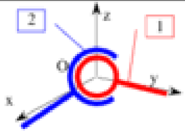
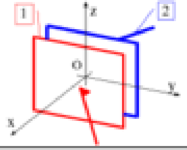
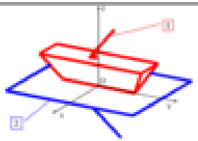
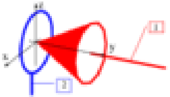
2. Torseur Cinématique



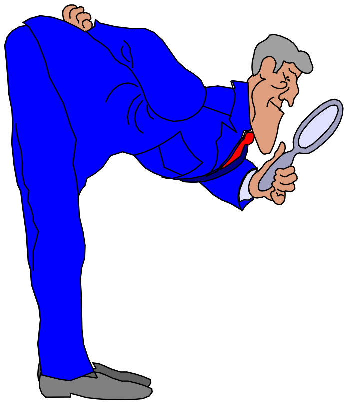
Le tableau ci-dessous respecte les notations usuelles et à utiliser par défaut si aucune notation n'est imposée par le sujet.

Nom complet de la liaison.	Schéma cinématique spatial.	Torseur cinématique associé à la liaison.	Lieu de l'espace, ou la forme canonique est conservée.
Liaison encastrement de centre O.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA} = \vec{0}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison pivot de centre O d'axe y.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ \omega_{y_{2/1}} & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$. $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \vec{0}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'axe de la liaison.*
Liaison glissière de centre O d'axe z.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & v_{z_{O2/1}}\end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison hélicoïdale de centre O d'axe z (pas à droite)		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega_{z_{2/1}} & v_{z_{O2/1}}\end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{v_{z_{O2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$. $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{v_{z_{O2/1}}}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point de l'axe de la liaison.*
Liaison pivot glissant de centre O d'axe x.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix}\omega_{x_{2/1}} & v_{x_{O2/1}}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{v_{x_{O2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$. $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{v_{x_{O2/1}}}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point de l'axe de la liaison.*



Liaison rotule de centre O.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_{x_{2/1}} & 0 \\ \omega_{y_{2/1}} & 0 \\ \omega_{z_{2/1}} & 0 \end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison appui plan de centre O de normale x		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} \end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_{x_{2/1}} & 0 \\ 0 & v_{y_{O2/1}} \\ 0 & v_{z_{O2/1}} \end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA} = \begin{vmatrix} 0 \\ v_{y_{O2/1}} - \omega_{x_{2/1}} \bullet z_A \\ v_{z_{O2/1}} + \omega_{x_{2/1}} \bullet y_A \end{vmatrix}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison linéaire annulaire de centre O d'axe y.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} \end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_{x_{2/1}} & 0 \\ \omega_{y_{2/1}} & v_{y_{O2/1}} \\ \omega_{z_{2/1}} & 0 \end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{v_{y_{O2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison linéaire rectiligne de centre O d'axe y de normale z.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} \end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & v_{x_{O2/1}} \\ \omega_{y_{2/1}} & v_{y_{O2/1}} \\ \omega_{z_{2/1}} & 0 \end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \begin{vmatrix} v_{x_{O2/1}} + \omega_{y_{2/1}} \bullet z_A - \omega_{z_{2/1}} \bullet y_A \\ v_{y_{O2/1}} + \omega_{z_{2/1}} \bullet x_A \\ -\omega_{y_{2/1}} \bullet x_A \end{vmatrix}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A appartenant au plan formé par la normale et l'axe de la liaison.*
Liaison ponctuelle de centre O de normale y.		$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} \end{Bmatrix}_{\Re} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_{x_{2/1}} & v_{x_{O2/1}} \\ \omega_{y_{2/1}} & 0 \\ \omega_{z_{2/1}} & v_{z_{O2/1}} \end{Bmatrix}_{\Re}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \overrightarrow{V_{O_{2/1}}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}} = \begin{vmatrix} v_{x_{O2/1}} + \omega_{y_{2/1}} \bullet z_A - \omega_{z_{2/1}} \bullet y_A \\ \omega_{z_{2/1}} \bullet x_A - \omega_{x_{2/1}} \bullet z_A \\ v_{z_{O2/1}} + \omega_{x_{2/1}} \bullet y_A - \omega_{y_{2/1}} \bullet x_A \end{vmatrix}$ *La forme canonique est conservée en tout point A de la normale de la liaison.*

$$\overrightarrow{M_{B,1\to2}} = \overrightarrow{M_{A,1\to2}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R_{1\to2}}$$

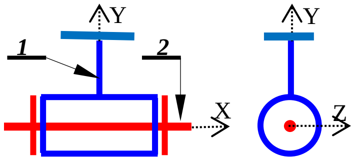


$$\{\tau_{1\to2}\}_A = {}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{1\to2}} \\ \overrightarrow{M_{A,1\to2}}\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{\tau_{1\to2}\}_B = {}_B\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{1\to2}} \\ \overrightarrow{M_{A,1\to2}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R_{1\to2}}\end{Bmatrix}$$

I- Identification de la liaison pivot

I.1- Schématisation et modélisation

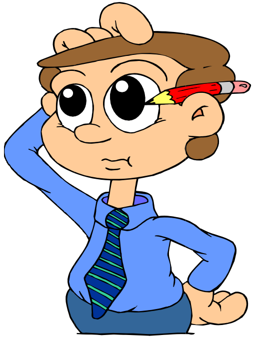
Schématisation	*Torseur cinématique*	*Torseur statique*
	$\left\{ V_{2/1} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c\|c} \alpha_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_O$ *O est le centre de la liaison*	$\left\{ \tau_{1/2} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c\|c} X_{1/2} & 0 \\ Y_{1/2} & M_{1/2} \\ Z_{1/2} & N_{1/2} \end{array} \right\}$

I.2- Indicateur de qualité

- *Précision du guidage ;*
- *Vitesse de déplacement maximale ;*
- *Intensité des actions mécaniques transmissibles ;*

- *Fiabilité ;*
- *Maintenabilité ;*
- *Encombrement ;*
- *Esthétique ;*
- *Coût ;*

La conception, approche traditionnelle



Guidage en rotation

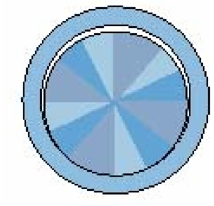
Choisir les solutions constructives

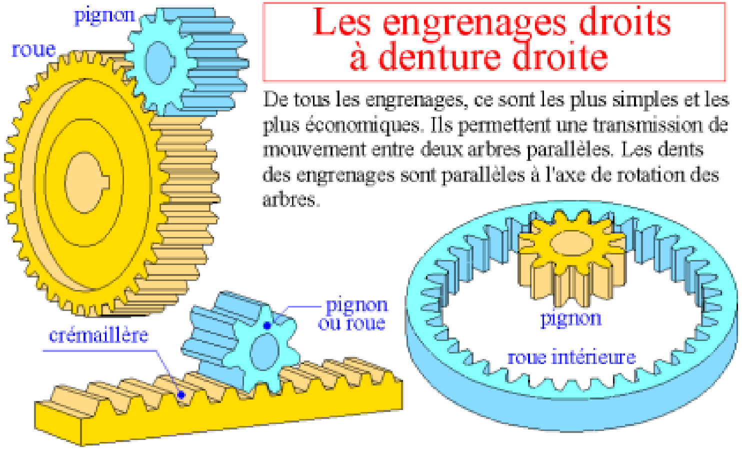
Déterminer les conditions et les ajustements

Calculer la Durée de vie des roulements

Transmission

Engrenages droits à dentures droites

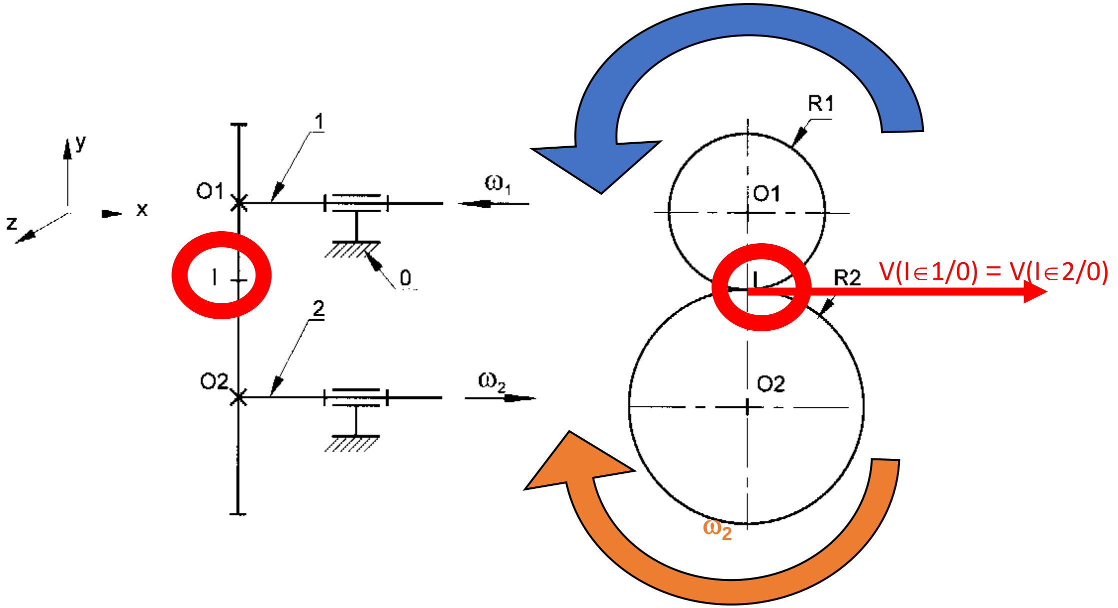




Les engrenages droits à denture droite

De tous les engrenages, ce sont les plus simples et les plus économiques. Ils permettent une transmission de mouvement entre deux arbres parallèles. Les dents des engrenages sont parallèles à l'axe de rotation des arbres.

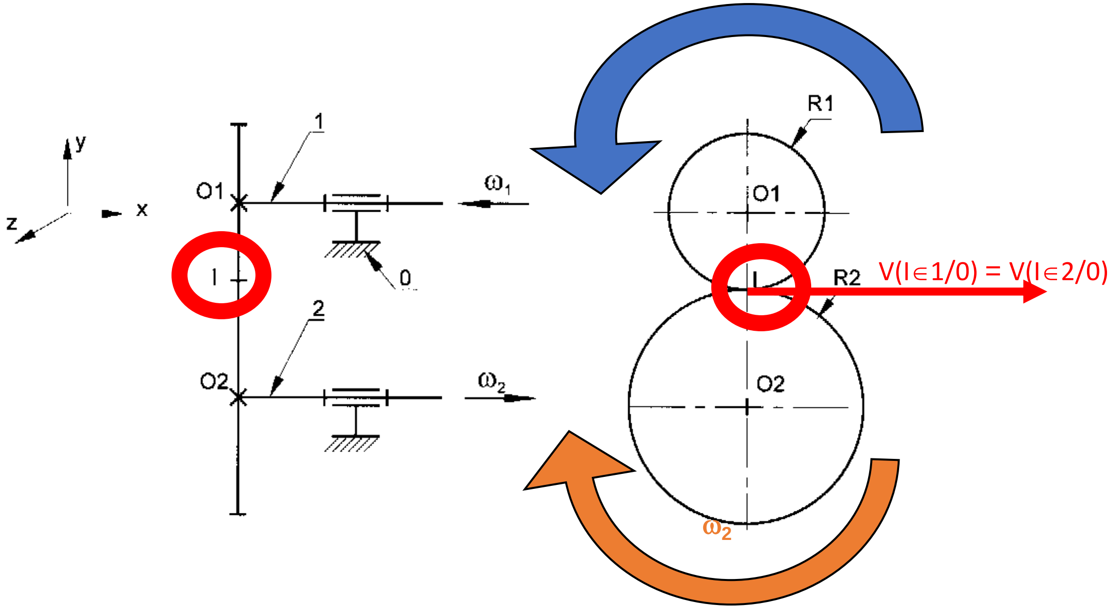
Principe de fonctionnement



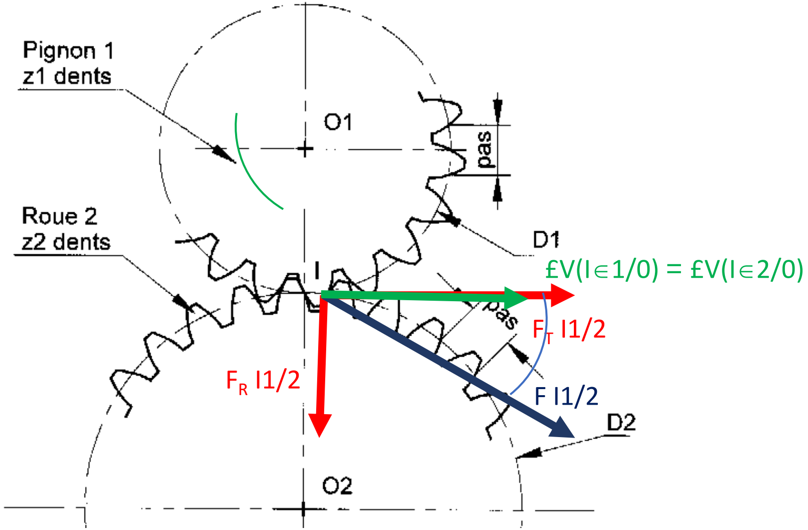
- Roue 1 et 2 en liaison pivot d'axe respectif (O_1x) et (O_2x) par rapport au bâti
- Roulement sans glissement des roues de friction au point I.

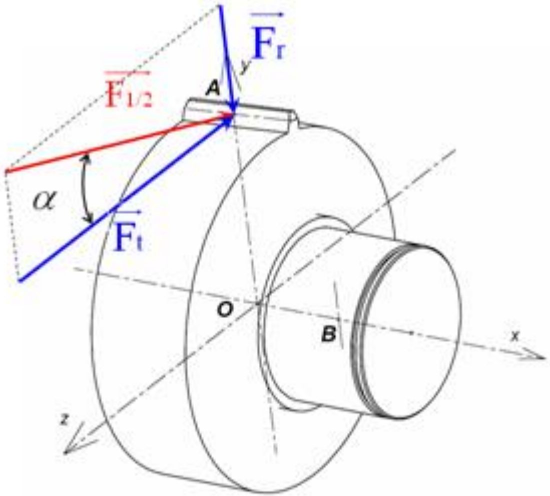
- £V(I∈1/0) = ω_1 **. R1 = -** ω_2**.R2**

Principe de fonctionnement



- Roue 1 et 2 en liaison pivot d'axe respectif (O_1x) et (O_2x) par rapport au bâti
- Roulement sans glissement des roues de friction au point I.
- £V(I∈1/0) = ω_1 . **R1 = -** ω_2.**R2**

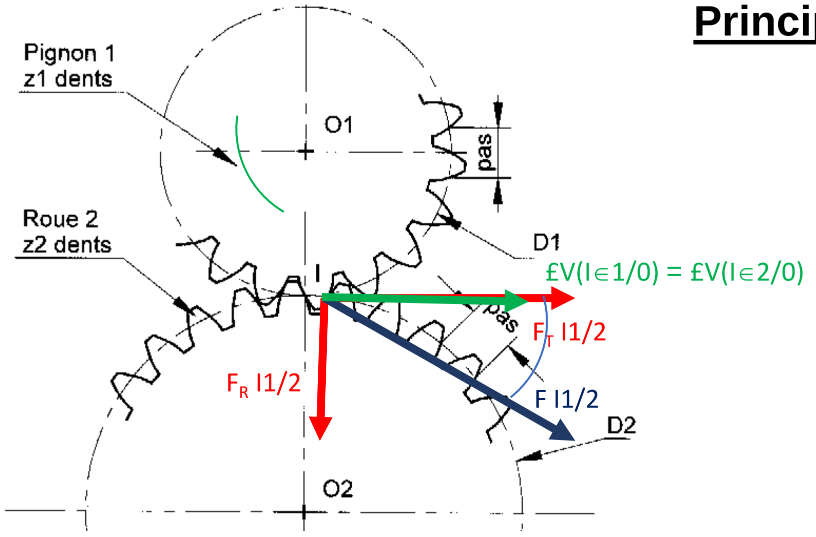




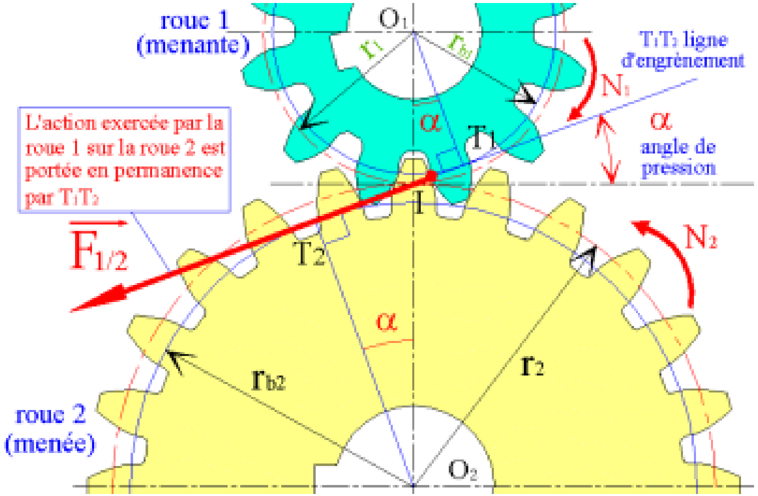
$Tg = F_{RI1/2} / F_{TI1/2}$

Principe de fonctionnement

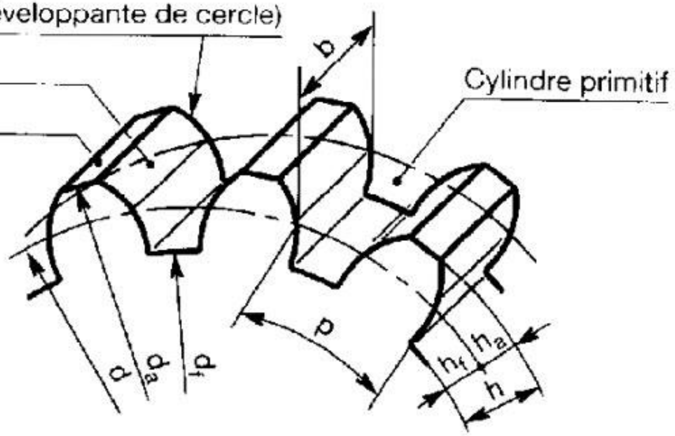
Principe de fonctionnement

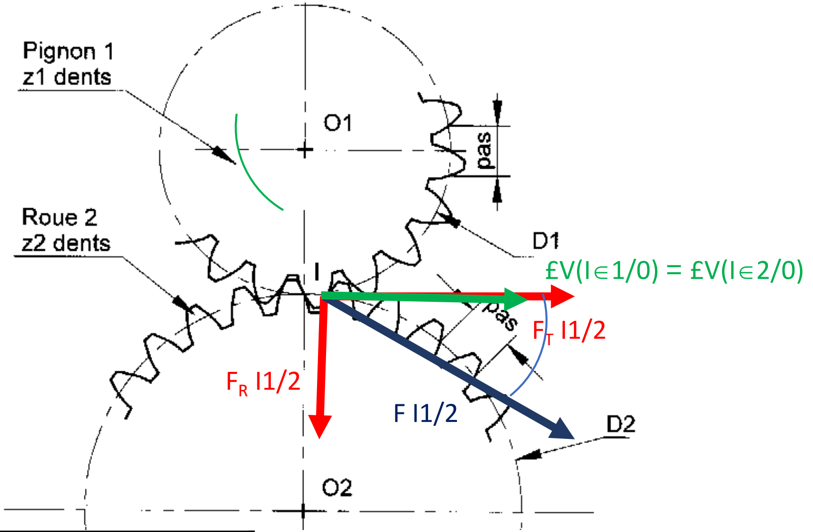


Tg = $F_{RI1/2}$/ $F_{TI1/2}$



Caractéristique de la roue





Module	m	À choisir parmis des modules normalisés
Nombre de dents	Z	Nombre entier et positif
Pas	p	p = π.m
Diamètre primitif	d	d = m.Z
Entraxe	E	$E=\frac{d_1+d_2}{2}=m.\frac{Z_1+Z_2}{2}$

Autres Caractéristiques de la roue

b : largeur de denture
($b = k.m$ avec k compris entre 6 et 10)

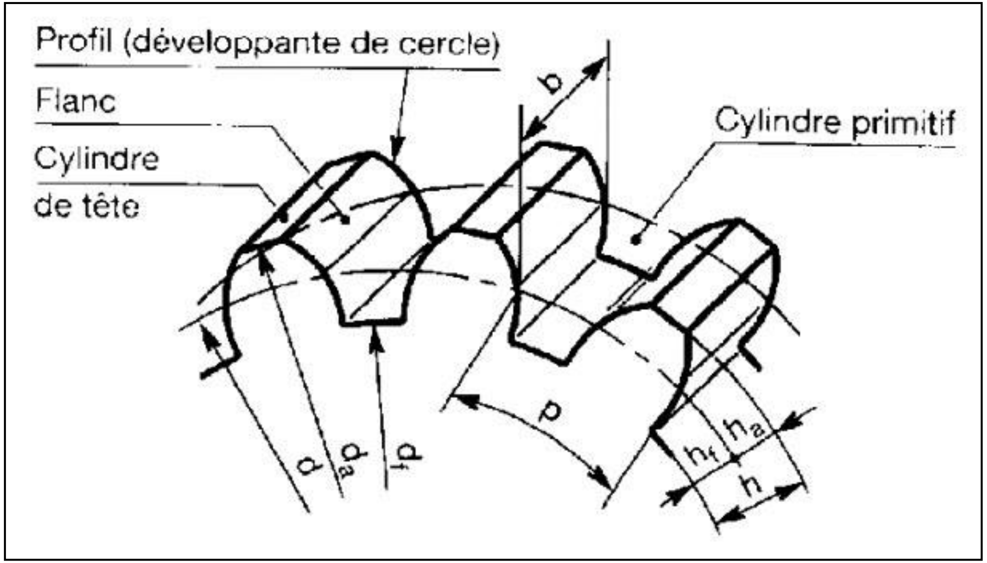
h_a : saillie de dent ($h_a = m$)

h_f : creux de dent ($h_f = 1.25m$)

h : hauteur de dent ($h = h_a + h_f$)

d_a : diamètre de tête ($d_a = d + 2m$)

d_f : diamètre de pied ($d_f = d\ \ 2.5m$)



Rapport de réduction

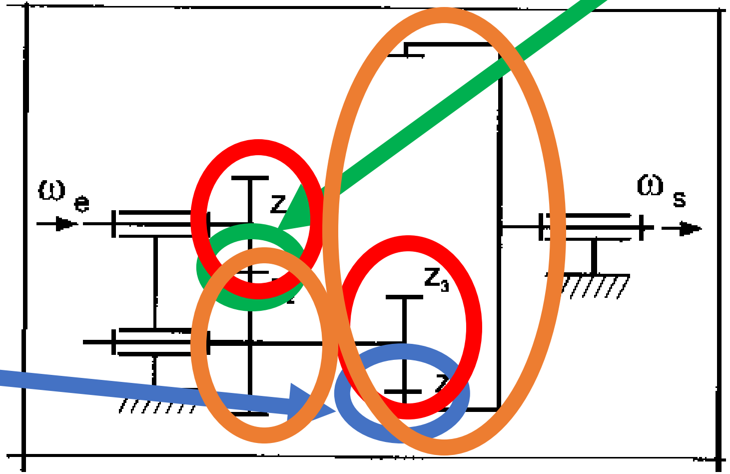
$$r=\frac{\omega_{sortie}}{\omega_{entrée}}=\frac{N_{sortie}}{N_{entrée}}=(-1)^{n}\frac{\text{Produit du nombre de dents des roues menantes}}{\text{Produit du nombre de dents des roues menées}}$$

n : ombre de contact extérieurs entre roues

Roue menante roue motrice dans un engrenage

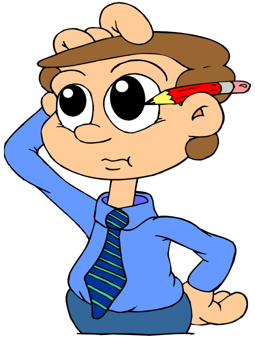
Roue menée roue réceptrice dans un engrenage

Contact exterieur



Contact intérieur

1. La conception, approche traditionnelle



Guidage en rotation

Choisir les solutions constructives

Déterminer les conditions et les ajustements

Calculer la Durée de vie des roulements

Merci

À bientôt!